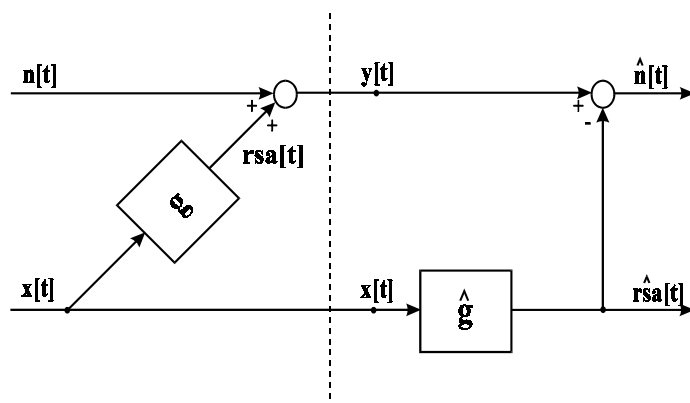


1.1 Systémový model RSA

Jak již bylo uvedeno, jedním z klíčových procesů celé analýzy je odstranění příspěvku RSA do variability R-R intervalů. Naobr. 2-1 je ukázán lineární digitální model této úlohy, který se skládá ze dvou částí. První část předkládá model situace v lidském organismu (na obr. vlevo od přerušované čáry). Signál $x[t]$ představuje respiraci, signál $n[t]$ značí příspěvek do variability R-R intervalů z řídících center (hledaná informace). Signál $rsa[t]$ reprezentuje příspěvek respirace do variability R-R intervalů způsobený RSA. Právě popsaná část modelu je pozorovateli skrytá a je považována za hypotetický konstrukt. Měřením lze získat signály respirace $x[t]$ a R-R intervalů $y[t] = n[t] + rsa[t]$.



obr. 2-1

Digitální model RSA.

Přerušovaná čára odděluje levou oblast modelu RSA v organismu od pravé oblasti modelu estimace.

Signál RR-intervalů tedy obsahuje nejméně dvě významné složky. První složka je příspěvkem respirace do variability R-R intervalů ($rsa[t]$). Hledaná informace představuje druhou složku, pocházející z řídících center ($n[t]$).

Druhá část modelu (na obr. vpravo od přerušované čáry) je v podstatě typickou úlohou estimace pro dva signály. Cílem je získání odhadu příspěvku respirace do variability R-R intervalů $\hat{rsa}[t]$. Ten je pak následně odečten od R-R intervalů $y[t]$. Výsledkem jsou separované odhady složek variability R-R intervalů ($\hat{n}[t], \hat{rsa}[t]$).

1.1.1 Parametrické metody

Jak bylo uvedeno výše, zdá se být výhodnější použít ke zpracování parametrických metod. Podle charakteru zpracování je můžeme rozdělit do dvou základních skupin. První

skupinu tvoří tzv. blokové (dávkové) metody. Nestacionární signál je zpravidla podroben segmentaci (jedna dávka), přičemž se předpokládá, že v rámci jednoho segmentu se signál chová jako stacionární. Při odhadu parametrů stacionárního signálu se též vyžaduje ergodicita signálu. Do druhé skupiny patří tzv. průběžné metody, které zpracovávají signál vzorek po vzorku.

Regresní model

Jsou dány dvě časové řady $\{x_t\}_{t=0}^{\infty}$, $\{y_t\}_{t=0}^{\infty}$ reprezentující pořadí signálů respice a signál R-R intervalů. Obecného modelu RSA vyplývá, že y (R-R intervaly) jsou dány dvěma příspěvky. Tím prvním jsou řídicí povely (zprostředkované parasympatikem i sympatikem) vyjádřené časovou řadou $\{n_t\}_{t=0}^{\infty}$. Druhý příspěvek tvoří RSA, reprezentovaná časovou řadou $\left\{ \sum_{k=0}^M g_k x_{t-k} \right\}_{t=0}^{\infty}$. Můžeme tedy napsat základní rovnici (2.1), popisující regresní model.

$$(2.1) \quad y_t = \sum_{k=0}^M g_k x_{t-k} + n_t, \text{ pro } t = 0, 1, 2, \dots, \infty,$$

kde $\mathbf{x} = [x_t \ x_{t-1} \ \dots \ x_{t-M+1} \ x_{t-M}]^T$ je vektor aktuální hodnoty a M předchozích hodnot respirace a $\mathbf{g} = [g_0 \ g_1 \ \dots \ g_{M-1} \ g_M]$ je vektor koeficientů modelu řádu M .

Pro další úpravy je výhodné přepsat rovnici (2.1) do vektorového tvaru, přičemž předpokládám, že y, n jsou skaláry, $\mathbf{g}, \mathbf{x}$ jsou sloupcové vektory.

$$(2.2) \quad y = \mathbf{g}^T \mathbf{x} + n$$

Z posloupnosti R-R intervalů (y) chceme eliminovat RSA. Dostáváme tak

$$(2.3) \quad n = y - \mathbf{g}^T \mathbf{x}$$

Koeficienty $\mathbf{g}$ nalezneme metodou nejmenších čtverců, tedy minimalizací střední hodnoty kvadrátu výrazu (2.3).

$$(2.4) \quad E[n^T n] = E[(y - \mathbf{g}^T \mathbf{x})^T (y - \mathbf{g}^T \mathbf{x})]$$

$$(2.5) \quad E[n^T n] = E[(y^T - \mathbf{x}^T \mathbf{g})(y - \mathbf{g}^T \mathbf{x})]$$

$$(2.6) \quad E[n^T n] = E[y^T y - \mathbf{x}^T \mathbf{g} y - y^T \mathbf{g}^T \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{g} \mathbf{g}^T \mathbf{x}]$$

Abychom dosáhli minima, musíme výraz (2.6) derivovat podle vektoru $\mathbf{g}$ a derivaci položit rovnu 0.

$$(2.7) \quad \frac{\partial E[n^T n]}{\partial \mathbf{g}} = E[-(\mathbf{x}^T \mathbf{y})^T - y^T \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{g} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{g} \mathbf{x}] = 0$$

$$(2.8) \quad \frac{\partial E[n^T n]}{\partial \mathbf{g}} = E[-y^T \mathbf{x} - y^T \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{g} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{g} \mathbf{x}]$$

$$(2.9) \quad E[-2\mathbf{x}^T y + 2\mathbf{x}^T \mathbf{g} \mathbf{x}] = 0$$

$$(2.10) \quad 2E[\mathbf{x}^T y] = 2E[\mathbf{x}^T \mathbf{g} \mathbf{x}]$$

$$(2.11) \quad E[\mathbf{x}^T y] = E[\mathbf{g}^T \mathbf{x} \mathbf{x}]$$

$$(2.12) \quad E[\mathbf{x}^T y] = \mathbf{g}^T E[\mathbf{x} \mathbf{x}]$$

Rovnice (2.12) představuje tzv. normální rovnice, které můžeme přepsat do

$$(2.13) \quad \boldsymbol{\gamma}_{xy}^T = \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{C}_{xx} \text{ nebo } \boldsymbol{\gamma}_{xy} = \mathbf{C}_{xx}^T \cdot \mathbf{g}$$

$\gamma_{xy}(\tau)$ je teoretická hodnota vzájemné kovarianční funkce mezi x a y , tj. mezi signály respirace a R-R intervalů. $\mathbf{C}_{xx}^T$ je symetrická matice vzniklá z autokovarianční funkce signálu x , tj. respirace $\gamma_{xx}(\tau)$. Přepíšeme-li výraz (2.13) opět do původního tvaru, dostáváme

$$(2.14) \quad \gamma_{xy}(j) = \sum_{k=0}^M g_k \gamma_{xx}(j-k), \text{ pro } j=0,1 \dots M$$

Při dalším zpracování jsou použity vychýlené odhady teoretických kovariančních funkcí. Při této úpravě jsou nutně signály x, y pokládány za stacionární a ergodické.

$$(2.15) \quad \hat{\gamma}_{xx}(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-\tau} (x_t - \bar{x}) \cdot (x_{t+\tau} - \bar{x})$$

$$(2.16) \quad \hat{\gamma}_{xy}(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-\tau} (x_t - \bar{x}) \cdot (y_{t+\tau} - \bar{y}), \text{ pro } \tau = 1, 2, \dots, M$$

Řešením (2.13) získáme vektor parametrů modelu g. Reziduální součet s^2 je roven

$$(2.17) \quad s^2 = E[(y - \mathbf{x}^T \mathbf{g})^T (y - \mathbf{x}^T \mathbf{g})]$$

$$(2.18) \quad s^2 = E[(y^T - \mathbf{g}^T \mathbf{x})(y - \mathbf{x}^T \mathbf{g})]$$

$$(2.19) \quad s^2 = E[y^T y] - E[\mathbf{g}^T \mathbf{x} y] - E[y^T \mathbf{x}^T \mathbf{g}] + E[\mathbf{g}^T \mathbf{x} \mathbf{x}^T \mathbf{g}]$$

$$(2.20) \quad s^2 = \gamma_{yy}(0) - \mathbf{g}^T \boldsymbol{\gamma}_{xy} - \boldsymbol{\gamma}_{xy}^T \mathbf{g} + \mathbf{g}^T \mathbf{C}_{xx} \mathbf{g}$$

Jestliže platí normální rovnice (2.13), můžeme psát dále

$$(2.21) \quad s^2 = \gamma_{yy}(0) - \mathbf{g}^T \boldsymbol{\gamma}_{xy} - \mathbf{g}^T \boldsymbol{\gamma}_{xy} + \boldsymbol{\gamma}_{xy}^T \mathbf{g}$$

$$(2.22) \quad s^2 = \gamma_{yy}(0) - 2\mathbf{g}^T \boldsymbol{\gamma}_{xy} + \mathbf{g}^T \boldsymbol{\gamma}_{xy}$$

$$(2.23) \quad s^2 = \gamma_{yy}(0) - \mathbf{g}^T \boldsymbol{\gamma}_{xy}$$

Řád modelu M je možno získat pomocí některého z kritérií pro regresní modely. Např. podle Akaikova informačního kriteria AIC ([20],[21])

$$(2.24) \quad \lambda_1(M) = \ln(s^2) + \frac{2 \cdot (M + 1)}{N},$$

které můžeme pro N=konst. přepsat do tvaru, který je v souladu s prací [14]

$$(2.25) \quad \lambda_2(M) = N \cdot \lambda_1(M) = N \cdot \ln(s^2) + 2 \cdot (M + 1),$$

kde N je počet vzorků v segmentu, M je řád modelu a s^2 je reziduální součet při daném g. Vhodný řád modelu je roven hodnotě M, pro kterou funkce $\lambda_1(M)$ příp. $\lambda_2(M)$ dosahují alespoň svého lokálního minima.